模块四：多元函数、极限、连续性

一．　解答题

(1)求函数 $f(x,y)=x^3+8y^3-xy$ 的极值.

(2020 数一)

解析：令 $\begin{cases} f_x=3x^2-y=0 \\ f_y=24y^2-x=0 \end{cases}$ 解得驻点为(0,0), $(\frac{1}{6},\frac{1}{12})$,

$A=f_{xx}=6x, B=f_{xy}=-1, C=f_{yy}=48y$，在(0,0)处，$AC-B^2=-1<0$，未取极值，在（$\frac{1}{6},\frac{1}{12}$）处，$AC-B^2=3>0, A=1>0$，所以函数有极小值，$f_{极小}=f(\frac{1}{6},\frac{1}{12})=-\frac{1}{216}$.

二．　填空题

(1) 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\ln z+e^{z-1}=xy$ 确定，则 $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,\frac{1}{2})}=$__________

(2018 数二)

解 当 $\begin{cases} x=2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 时，$z=1$，

方程两边对 x 求偏导数得 $\frac{\frac{\partial z}{\partial x}}{z}+e^{z-1}\cdot\frac{\partial z}{\partial x}=y$，代入 $x=2$ $y=\frac{1}{2}$ $z=1$ 得 $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{1}{4}$ 故应填 $\frac{1}{4}$